Université Galatasaray, Département de Mathématiques
2013 - Premier Semestre – Math 115 - Fondements de Mathématiques
Examen Partiel 1, 15 novembre 2013 – Ayberk Zeytin
120 mins. Nom & Prénom: ______________________

Question:	1	2	3	4	5	Total
Points:	10	5	24	5	8	52
Score:						

Question1 (10 points)
Soient a, b et c entiers avec $b \neq 0$. Montrer que si l'équation $ax + by = c$ est résoluble, c'est-à-dire que si $ax + by = c$ a une résolution, alors il existe une résolution $x = x_0$ et $y = y_0$ qui satisfait $0 \leq y_0 < |b|$.

Université Galatasaray, Département de Mathématiques
2013 - Premier Semestre – Math 115 - Fondements de Mathématiques
Examen Partiel 1, 15 novembre 2013 – Ayberk Zeytin
120 mins. Nom & Prénom: ______________________________

Question2 (5 points)

Soit $n \in \mathbf{Z}$. Montrer que $30 \mid (n^5 - n)$.

Question3 ()

Soit $a, b, c \in \mathbf{Z}$ pas tous les trois égal à 0.

(a) (8 points) Définir le plus grand commun diviseur de *trois* entiers a, b, c. On le note par (a, b, c).

(b) (8 points) Montrer qu'il existe des entiers x_o, y_o et z_o avec $a\,x_o + b\,y_o + c\,z_o = (a, b, c)$. Montrer que les entiers x_o, y_o et z_o ne sont pas déterminés uniquement.

(c) (8 points) Montrer que $(a, b, c) = ((a, b), c)$.

Question4 (5 points)

Soit p un nombre premier de la forme $3k + 1$. Montrer qu'il existe un entier naturel ℓ tel que $p = 6\ell + 1$.

Question5 (8 points)

Montrer que $n^4 + n^2 + 1$ est composé, où $n \in \mathbf{N}$.