MATH 417
ÉNONCÉS DES EXERCICES 3

A. ZEYTİN

(1) Soit $F : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$ une rotation, c'est-à-dire F est une transformation affine qui satisfait $F(0) = 0$ et $\det F = 1$. Montrez qu'il existe $\theta \in [0, 2pi)$ tel que $F = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

(2)
- Montrer que toute rotation $F : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ fixe une ligne ℓ qui passe par l'origine. En outre, si $\mathcal{P}$ est un plan qui est orthogonal à ℓ, on a $F(\mathcal{P}) = \mathcal{P}$ et $F|_{\mathcal{P}}$ est une rotation autour du point $\ell \cap \mathcal{P}$ par un angle qui est le même pour tous ces plans.
- Montrer que toute rotation de $\mathbf{R}^3$ est une composition de rotations autour de l'axe x et l'axe y.
- Trouver une paire de rotations F_1 et F_2 qui ne commute pas, c'est-à-dire $F_1F_2 \neq F_2F_1$.
- Écrivez une rotation $M : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ et trouver le plan $\mathcal{P}$ tel que $M(\mathcal{P}) = \mathcal{P}$.

(3) Soit $F : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ une isométrie qui fixe 3 points colinéaires. Alors soit F est l'identite soit F est une réflexion. Qu'est-ce qu'il se passe s'ils sont linéaires.

(4) Dessiner:
- $\{2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4z + 8y - 12z + 27 = 0\}$
- $\{y = z^2\}$
- $\{z = xy\}$
- $\{x = z^2 + z\}$
- $\{x^2 = 2y^2 + z^2\}$