MATH 417
ÉNONCÉS DES EXERCICES 4

A. ZEYTİN

(1) Montrer que les ensembles suivantes sont surfaces régulières:
- $S_1 = \{x^2 + y^2 + y^4 = 1\}$.
- $S_2^{3,1} = \{(x^2 + y^2 + z^2 + 3^2 - 1^2)^2 = 4 \cdot 3^2(x^2 + y^2)\}$.
- $S_2^{a,b} = \{(x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - b^2)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)\}$, où $a > b > 0$ sont constants.
- Trouver cartes locales en $p_1 = (0, 0, 1)$, $p_2 = (0, 1, 0)$ et $p_3 = (1, 0, 0)$ pour S_1. Determiner le nombre de cartes locale necessaires pour conclure que S_1 est une surface régulière sans utilisant Théorème 6.
- Trouver cartes locales en $p_1 = (0, 0, 1)$, $p_2 = (0, 1, 0)$ et $p_3 = (1, 0, 0)$ pour $S_2^{3,1}$. Determiner le nombre de cartes locale necessaires pour conclure que S_1 est une surface régulière sans utilisant Théorème 6.
- Trouver cartes locales en $p_1 = (0, 0, 1)$, $p_2 = (0, 1, 0)$ et $p_3 = (1, 0, 0)$. $S_2^{a,b}$. Determiner le nombre de cartes locale necessaires pour conclure que S_1 est une surface régulière sans utilisant Théorème 6.

Est-ce que vous pouvez dessiner S_1 et $S_2^{1,1}$?

(2) Trouver cartes locales pour les surface suivantes et deduire qu'ils sont surface régulières:
- $S = \{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\}$
- $S = \{x^2 = p\, y\}$

(3) Determiner l'image de l'application:

$$\sigma(\theta, \varphi) = ((3 + \cos\theta)\cos\varphi, (3 + \cos\theta)\sin\varphi, 3\sin\theta)$$

où:
- $\theta = 0$, $\varphi \in [0, 2\pi]$,
- $\theta = \pi$, $\varphi \in [0, 2\pi]$,
- $\theta = 2\pi$, $\varphi \in [0, 2\pi]$,
- $\theta \in [0, 2\pi]$, $\varphi = 0$,
- $\theta \in [0, 2\pi]$, $\varphi = \pi$,
- $\theta \in [0, 2\pi]$, $\varphi = 2\pi$,
- $(\theta, \varphi) \in (0, 2\pi) \times (0, 2\pi)$