Université Galatasaray, Département de Mathématiques
2012 - Second Semestre – Math 417 - Géométrie Différentielle
Examen Partiel, 21 mai 2014 – Ayberk Zeytin
100 mins. Nom & Prénom: ______________________

Question:	1	Total
Points:	80	80
Score:		

Question1 (80 points)

Soit $S_{a,b}$ la surface déterminée par l'image de l'application:

$$\sigma(\theta,\varphi) = ((a + b\cos(\theta))\cos(\varphi), (a + b\cos(\theta))\sin(\varphi), b\sin(\theta));$$

où $a, b \in \mathbf{R}_{>0}$ sont constants avec $b < a$.

(a) (10 points) Montrez que 1e forme fondamentale de $S_{a,b}$ est donnée par la matrice

$$\begin{pmatrix} b^2 & 0 \\ 0 & (a + b\cos(\theta))^2 \end{pmatrix}$$

(b) (10 points) Montrez que 2e forme fondamentale de $S_{a,b}$ est donnée par la matrice

$$\begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & (a + b\cos(\theta))\cos(\theta) \end{pmatrix}$$

(c) (10 points) Calculer les longeurs des courbes régulières suivantes:

$$\alpha(t) = ((a+b\cos(417\cdot t)), 0, b\sin(417\cdot t)) \text{ et } \beta(t) = ((a+b)\cos(\frac{1}{417}t), (a+b)\sin(\frac{1}{417}t), 0).$$

(d) (10 points) Montrer que courbure moyenne de $S_{a,b}$ est $H_{S_{a,b}} = -\left(\frac{1}{b} + \frac{\cos(\theta}{b(a+b\cos(\theta))}\right)$.

(e) (10 points) Calculer $\iint_{S_{a,b}} \kappa_{S_{a,b}} dS$; où $\kappa_{S_{a,b}}$ note la courbure Gaußienne de $S_{a,b}$.

(f) (10 points) Deduire que la caractéristique Euler de $S_{a,b} = 0$.

(g) (10 points) Trouver une isométrie locale d'un voisinage, U_p, de $p = (a + b, 0, 0)$ à un voisinage de $(0, 0, 0) \in \{z = 0\}$.

(h) (10 points) Est-ce que vous pouvez trouver une isométrie entre $S_{a,b}$ et S^2? Expliquer.