MATH 115
ÉNONCÉS DES EXERCICES 2

A. ZEYTİN

(1) Soient $m, n \in \mathbf{N}$ tels que $3m | (m+3)^n + 1$. Montrer que l'entier $k \in \mathbf{Z}$ tel que $(3m) \cdot k = (m+3)^n + 1$ est impair, c'est-à-dire il existe un entier naturel ℓ tel que $k = 2\ell + 1$.

(2) Montrer que $(21n + 4, 14n + 3) = 1$ pout tout $n \in \mathbf{N}$.

(3) Soient $a, b, c, d \in \mathbf{Z}$. Montrer que $12 | (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$.

(4) Supposons que pour $x, y \in \mathbf{Z}$ on a $xy | (x^2 + y^2 + 1)$. Montrer que

$$3xy = x^2 + y^2 + 1.$$

(5) Étant donné des entiers $m, n \in \mathbf{N}$ tels que $24 | mn + 1$ montrer que $24 | m + n$, aussi.

(6) Montrer qu'il existe une infinite d'entiers naturels tels que $n^2 + 1 | n!$(Rappeler que $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$.)

(7) Pour $n \in \mathbf{N}$ quelconq trouver un entier x tel que $n | x + 1$, $n | x^x + 1$, $n | x^{x^x} + 1$, ...