

**MATH 115**  
**ÉNONCÉS DES EXERCICES 4**

A. ZEYİN

(1) Trouver un  $x \in \mathbf{Z}$  tel que  $13x \equiv 1 \pmod{13}$ .

(2) Résoudre les équations

- $19x \equiv 2 \pmod{140}$

- $57x \equiv 87 \pmod{105}$

(3) Résoudre le système de congruences:

$$2x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$4x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$3x \equiv 5 \pmod{8}$$

(4) Résoudre le système de congruences:

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

(5) Résoudre le système de congruences:

$$x \equiv 9 \pmod{14}$$

$$x \equiv 13 \pmod{31}$$

(6) Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $26|n^{13} - n$ .

(7) Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $7|3^{6n} - 1$ .

(8) • Démontrer que pour tout entier naturel  $n$ , 42 divise  $N = n(n^6 - 1)$ .

- Déterminer les entiers  $n$  tels que 84 divise  $N = n(n^6 - 1)$ .

(9) Montrer que  $29|4^{28} - 1$ .

(10) Pour quels entiers naturels  $n$  le nombre  $4^n - 1$  est-il divisible par 5?

(11) Montrer que 3 divise  $a^3 - b^3$  si et seulement si 3 divise  $a - b$ .

(12) Montrer que si  $x$  est premier avec 561 alors:

$$x^{560} \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x^{560} \equiv 1 \pmod{11}$$

$$x^{560} \equiv 1 \pmod{17}$$

(13) Soit  $n$  un entier naturel et pour tout  $a \in \{1, 2, \dots, n-1\}$  on a  $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$ . Montrer que  $n$  est un nombre premier.

(14) • Déterminer  $\text{ord}_{37}(7)$ .

- Résoudre l'équation:  $7x \equiv 13 \pmod{37}$