**Université Galatasaray, Département de Mathématiques**
**2014-2015 Premier Semestre – Math 115 - Fondements des Mathématiques**
**Examen partiel, Novembre 13, 2014 – Ayberk Zeytin**
**100 mins. Nom & Prénom:** ______________________

| Question: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Points: | 10 | 16 | 18 | 10 | 22 | 12 | 88 |
| Score: | | | | | | | |

**Question1** (10 points)
Montrez que pour tout entier $x$, $(a, b) = (a, b + a \cdot x)$.

**Question2** (16 points)

(a) (8 points) Calculer $(4283, 609)$.

(b) (8 points) Trouver $x$ et $y$ tels que $4283x + 609y = -115$.

**Question3** (18 points)

(a) (6 points) Soient $x, y, N$ entiers naturels. Montrez que si $x|N$ et $y|N$ alors $\text{ppcm}(x, y)|N$.

(b) (4 points) Est-ce que réciproque de la déclaration ci-dessus est faux? Expliquer.

(c) (8 points) Soit $a$ un entier naturel qui n'est pas divisible par 2 et 3. Alors, montrez que $a^2 + 23$ est divisible par 24.

**Question4** (10 points)

Soit $a, b$ des entiers positifs tels que $(a, b) = \mathrm{ppcm}(a, b)$. Montrez que $a = b$.

**Question5** (22 points)

(a) (6 points) Trouver $x$ et $y$ tels que $(x, y) = 3$ et $xy = 36$.

(b) (6 points) Est-ce qu'il existe $x$ et $y$ tels que $(x, y) = 4$ et $xy = 36$? Expliquer!

(c) (10 points) Soit $b$ et $g > 0$ des entiers. Montrez qu'il existe $x$ et $y$ tels que $(x, y) = g$ et $xy = b$ si et seulement si $g^2|b$.

**Question6** (12 points)

(a) (4 points) Trouver des entiers $a, b, c$ tels que $9|a^3 + b^3 + c^3$.

(b) (8 points) Montrez que si pour certain entiers naturels $a, b, c$ on a $9|a^3 + b^3 + c^3$, alors au moins un de $a, b$ ou $c$ est divisible par 3.