Université Galatasaray, Département de Mathématiques
2014 - Premier Semestre – Math 371 - Sujets Selectionnes
Examen Partiel 2, 17 décembre 2014 – Ayberk Zeytin
120 mins. **Nom & Prénom:** ______________________________

Question:	1	2	3	Total
Points:	12	50	10	72
Score:				

Question 1 (12 points)

Soit A un anneau commutatif unitaire. Montrer que A est un anneau local si et seulement si pout tout $x, y \in A$ avec $x + y = 1$, on a soit x est inversible soit y est inversible.

Question 2 (50 points)

Soit A un anneau commutatif unitaire (on ne suppose pas que A est intègre) et soit S une partie multiplicative de A. Sur le produit cartésien $A \times S$, on définit la relation

$$(a, s) \sim (a', s') :\Leftrightarrow \text{ il existe } t \in S \text{ tel que } t(s'a - sa') = 0$$

(a) (10 points) Montrer que $\sim$ est une relation d'équivalence.

(b) (10 points) On note $A \times S/\sim$ par $S^{-1}A$. Montrer que $S^{-1}A$ est un anneau commutatif unitaire.(<u>Indication:</u> Définir 2 opérations binaires et montrer qu'ils sont bien définies.)

(c) (10 points) On pose maintenant que $\mathsf{A} = \mathbf{Z}/24\mathbf{Z}$. Déterminer tout les idéaux maximaux de A.

(d) (10 points) Idéntifier $\mathsf{A}_{(3)}$, c'est-à-dire trouver un anneau B tel que $\mathsf{A}_{(3)} \cong \mathsf{B}$.

(e) (10 points) Idéntifier $\mathsf{A}_{(2)}$, c'est-à-dire trouver un anneau C tel que $\mathsf{A}_{(2)} \cong \mathsf{C}$.

Question 3 (10 points)

Trouver $p(x) \in \mathbf{Q}[x]$ tel que $(p(x)) = (x^2 + x - 2, x^5 - x^4 - 10x^3 + 10x^2 + 9x - 9)$.