

MATH 115
ÉNONCÉS DES EXERCICES 1

A. ZEYTIN

(1) Décider si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

- ▶ $(2 = 3) \Rightarrow (2 + 5 = 7)$
- ▶ $(3 = 7) \Rightarrow (7 = 14)$
- ▶ $(2 + 5 = 7) \Rightarrow (2 = 3)$

(2) Déterminer les tableaux de vérité des propositions suivantes :

- ▶ $P \vee \overline{Q} \vee \overline{Q} \wedge \overline{P}$
- ▶ $P \Rightarrow \overline{Q} \vee (P \wedge Q)$
- ▶ $[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)] \Rightarrow (P \Rightarrow R)$
- ▶ $[Q \vee (P \wedge Q) \vee (Q \wedge R) \vee R] \Leftrightarrow (Q \vee R)$
- ▶ $[(P \wedge Q) \wedge R] \Leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$
- ▶ $[(P \vee Q) \vee R] \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$
- ▶ $(Q \wedge R) \Leftrightarrow \{[P \wedge (Q \wedge R)] \vee [\overline{P} \wedge (Q \wedge R)]\}$

Visiter <http://www.math.csusb.edu/notes/quizzes/tablequiz/tablepractice.html> pour s'entraîner plus.

(3) Exprimer

- ▶ $P \vee Q$, et
- ▶ $P \wedge Q$

en utilisant seulement \neg et \Rightarrow .

(4) Donner la négation des assertions suivantes :

- ▶ Tout problème admet une solution.
- ▶ Tous les élèves aiment les maths.
- ▶ J'aime les haricots et les courgettes.
- ▶ Je n'aime ni les haricots, ni les courgettes
- ▶ Un élève de la classe n'aime pas les courgettes.

(5) Soient

$H(x) := x$ est un homme

$\overline{H}(x) := x$ est une femme

$P(x) := x$ porte des pantalons

$C(x) := x$ a les cheveux longs

▶ Traduire les phrases suivantes en français :

- i. $\exists x | (H(x) \wedge C(x))$
- ii. $\forall x (P(x) \Rightarrow H(x))$
- iii. $\forall x (H(x) \Rightarrow P(x))$

Dans la suite de l'exercice on considère les propriétés sont définies sur $E = \{\text{Alev, Barış, Ceyda, Doğan}\}$.

- ▶ Décrire les propriétés des éléments de E tels que i., ii., et iii. sont vraies.
- ▶ Décrire les propriétés des éléments de E tels que i., iii. sont vraies mais ii. est faux.

(6) Pour $x, y \in \mathbf{R}$ on considère le prédicat $P(x, y) = (x + y = 0)$. Pour chacune des propositions suivantes, donner sa valeur de vérité et écrire sa négation :

- ▶ $\forall x \in \mathbf{R}, \exists y \in \mathbf{R} | P(x, y)$
- ▶ $\exists y \in \mathbf{R} | \forall x \in \mathbf{R} P(x, y)$
- ▶ $\forall x \in \mathbf{R}, \forall y \in \mathbf{R} P(x, y)$
- ▶ $\exists x \in \mathbf{R} | \exists y \in \mathbf{R} | P(x, y)$

(7) Soient E, F deux ensembles et soit $f: E \rightarrow F$ une application. On considère la proposition :

$$P(x, y) := \forall x \in E, \forall y \in E (x \neq y) \Rightarrow [f(x) \neq f(y)].$$

Écrire

- ▶ la négation de $P(x, y)$,
- ▶ la contraposée de $P(x, y)$,
- ▶ la négation de la contraposée de $P(x, y)$.

(8) Soit $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ une fonction. Écrire les propositions suivantes avec des quantificateurs :

- ▶ f est constante sur \mathbf{R}
- ▶ f n'est pas constante sur \mathbf{R}

(9) Écrire les propositions suivantes avec des quantificateurs et déterminer la valeur de vérité :

- ▶ Pour chaque entier, on peut trouver un entier strictement plus grand.
- ▶ Il y a un entier plus grand que tous les entiers.

(10) Soit n un entier naturel. Définir la parité de n . Écrire les propositions suivantes avec des quantificateurs et déterminer la valeur de vérité :

- ▶ Tout entier naturel est pair ou impair.
- ▶ tout entier naturel est pair ou tout entier naturel est impair.