

**MATH 201**  
**ÉNONCÉS DES EXERCICES 3**

A. ZEYİN

(1) Déterminer la série de Taylor des fonctions suivantes autour des points indiqués :

- ▶  $f(x) = \frac{1}{x+2}, c = 0$
- ▶  $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}, c = 0$
- ▶  $f(x) = \frac{x}{9+x^2}, c = 0$
- ▶  $f(x) = x^2, c = 1$
- ▶  $f(x) = x^3 - 2x + 1, c = -1$
- ▶  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1, c = 1$
- ▶  $f(x) = \cos(x^2), c = 0$
- ▶  $f(x) = \frac{1}{x}, c = -3$

(2) Déterminer les sommes :

- ▶  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$
- ▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^{n-1}}$
- ▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$  *Indication: Calculer la série de Taylor de  $\ln(1-x)$  de centre  $c = 0$ .*
- ▶  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n}}$
- ▶  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n}}{n!}$

(3) En utilisant la série de Taylor (or Maclaurin) de  $f(x)$  pour calculer :

- ▶  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$
- ▶  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan(x)}{x^3}$
- ▶  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x^3}$
- ▶  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^x}{\cos(x) - 1}$
- ▶  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$

(4) Calculer les coefficients de  $x^0, x, \dots, x^{10}$  dans la série de Maclaurin de  $f(x) = \frac{x}{1-x-x^2}$ . Qu'est-ce que vous voyez?