MATH 201
ÉNONCÉS DES EXERCICES 7

A. ZEYTİN

(1) Déterminer les extrêmums de fonctions suivantes sur les ensembles indiquées :
- ► $f(x, y) = x - x^2 + y^2$ sur $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, 0 \leq x \leq 2 \text{ et } 0 \leq y \leq 1\}$
- ► $f(x, y) = xy - 2x$ sur $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, |x| \leq 1 \text{ et } 0 \leq y \leq 1\}$
- ► $f(x, y) = xy - y^2$ sur $S = B[(0, 0), 1]$
- ► $f(x, y) = x + 2y$ sur $S = B[(0, 0), 1]$
- ► $f(x, y) = xy - x^3y^2$ sur $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, 0 \leq x \leq 1 \text{ et } 0 \leq y \leq 1\}$
- ► $f(x, y) = 2x + y$ sur $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, 0 \leq x,\ 0 \leq y \text{ et } x + y \leq 1\}$
- ► $f(x, y) = \sin(x)\cos(y)$ sur $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, 0 \leq x,\ 0 \leq y \text{ et } x + y \leq 2\pi\}$
- ► $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$ sur $S = B[(0, 0), 2]$

<u>Indication</u>: Utiliser les 2 methodes (c'est-à-dire paramétrisation et multiplicateur de Lagrange) pour resoudre le problème sur ∂f.

(2) On considère $f(x, y) = xy$ sur $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, x^2 + xy + y^2 \leq 12\}$.
- ► Donner une classification de point(s) critique(s) de f dans $\mathrm{int}(S)$.
- ► Montrer que S est une ellipse et donner une une paramétrisation de ∂S.
- ► Déterminer les extrêmums de f sur ∂S en utilisant la paramétrisation de ∂S donné dans l'exercice précédent.
- ► Déterminer les extrêmums de f sur ∂S en utilisant la methode de multiplicateur de Lagrange.
- ► Déterminer le maximum et minimum global de f.

(3) On considère $f(x, y) = x^2 + x - y^2$ sur $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, x^2 + 2y^2 \leq 1\}$.
- ► Donner une classification de point(s) critique(s) de f dans $\mathrm{int}(S)$.
- ► Montrer que ∂S est une ellipse et donner une une paramétrisation de ∂S.
- ► Déterminer les extrêmums de f sur ∂S en utilisant la paramétrisation de ∂S donné dans l'exercice précédent.
- ► Déterminer les extrêmums de f sur ∂S en utilisant la methode de multiplicateur de Lagrange.
- ► Déterminer le maximum et minimum global de f.

(4) Ecrire un théorème qui explique la methode de multiplicateur de Lagrange pour une fonction de 3 variables. En utilisant votre théorème déterminer les extrêmums de fonctions suivantes sur les ensembles indiquées :
- ► $f(x, y, z) = xy + yz$ sur $S = B[(0, 0, 0), 1]$
- ► $f(x, y, z) = xy^2 + yz^2$ sur $S = B[(0, 0, 0), 1]$
- ► $f(x, y, z) = xy + 2z$ sur $S = B[(0, 0, 0), 2]$
- ► $f(x, y, z) = x + 2y - 3z$ sur $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \,|\, x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leq 36\}$
- ► $f(x, y, z) = xyz$ sur $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \,|\, B[(0, 0, 0), 3]\}$
- ► $f(x, y, z) = xyz^2$ sur $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \,|\, x + y + z = 1,\ x, y, z \geq 0\}$

(5) Déterminer le point P de la surface $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ qui est le plus proche du point $(2, 1, 2)$ en utilisant le methode de multiplicateur de Lagrange.

(6) Déterminer le point P de la surface $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \,|\, xyz^2 = 2\}$ qui est le plus proche du point $(0, 0, 0)$, en utilisant la methode de multiplicateur de Lagrange.