Université Galatasaray, Département de Mathématiques
2018- Premier Semestre – Math 201 - Analyse à Plusieurs Variables
Examen Partiel 1, 29 novembre 2019 – Ayberk Zeytin
120 mins. Nom & Prénom: ______________________________

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	10	32	10	24	76
Score:					

Question 1 (10 points)
Soit $f(u, v)$ une fonction telle que $f_1(-1, 3) = 2$ et $f_2(-1, 3) = -3$. Supposons en plus que les dérivées partielles de f sont continues à $(-1, 3)$. Déterminer $\nabla g(1, -1, 1)$; où $g(x_1, x_2, x_3) = f(x_1x_2x_3, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$.

Question 2 (32 points)

On considère la fonction :

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{\sin(x_1^6)\sin(x_2)}{x_1^6 + x_2^6} & \text{si } (x_1, x_2) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x_1, x_2) = (0,0) \end{cases}$$

(a) (8 points) Montrer que f est continue dans $\mathbf{R}^2$.

(b) (8 points) Déterminer $\nabla f(0,0)$.

(c) (8 points) Montrer que pour tout vecteur unitaire $\overrightarrow{u} = \langle \alpha, \beta \rangle$, la dérivée directionelle de f en $(0,0)$ en direction de $\overrightarrow{u}$, c'est-à-dire $(D_{\overrightarrow{u}} f)(0,0)$ existe.

(d) (8 points) Montrer que f n'est pas dérivable en $(0,0)$.

Question 3 (10 points)

Soient

$$\ell = \{(2-4t, 1+8t, 3-2t) \mid t \in \mathbf{R}\} \text{ et } f(x_1, x_2) = \sqrt{9 - x_1^2 - 4x_2^2}.$$

(a) (4 points) Déterminer un point et un vecteur directeur de ℓ.

(b) (6 points) Déterminer un point sur le graphe de f pour lequel le plan tangent est perpendiculaire à ℓ.

Question 4 (24 points)

Déterminer les limites suivantes.

(a) (6 points) $\displaystyle\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \left(x_1 \sin\left(\frac{1}{x_2}\right) + x_2 \sin\left(\frac{1}{x_1}\right) \right)$

(b) (6 points) $\displaystyle\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{x_1 - \sin(x_2)}{\sin(x_1) - x_2}$

(c) (6 points) $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \cos(x_1)\, x_2 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}\right)$

(d) (6 points) $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{4x_1^2 x_2}{x_1^4 + x_2^2}$