MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 11

A. ZEYTİN

(1) Calculer les intégrales suivantes :

- $\iint_\Sigma (-x^2+3y+z)\,dS$; où Σ est la partie de la surface $z = 2-3y+x^2$ au dessus du triangle dont les sommets sont $(0,0)$, $(2,0)$ et $(2,-4)$ dans $z=0$. Réponse : $\frac{1}{3}(\sqrt{26^3}-\sqrt{10^3})$
- $\iint_\Sigma 8y\,dS$; où Σ est la partie de $y = 3(x^2+z^2)$ pour $y \leq 6$. Réponse : $\frac{\pi}{54}\left(\frac{2}{5}\sqrt{73^5}+\frac{2}{3}\sqrt{73^2}+\frac{4}{15}\right)$
- $\iint_\Sigma 2y\,dS$; où Σ est la partie de $y^2+z^2=4$ entre les plans $x=0$ et $x=3-z$. Réponse : 0
- $\iint_\Sigma xz\,dS$; où Σ est la partie de sphère d'équation $x^2+y^2+z^2=9$ avec $x \leq 0$, $y \geq 0$ et $z \geq 0$. Réponse : -27
- $\iint_\Sigma (yz+4xy)\,dS$; où Σ est la frontière de la solide délimitée par $x=0$, $y=0$, $z=0$ et $4x+2y+z=8$. Réponse : $64\frac{\sqrt{21}}{3}+\frac{160}{3}$
- $\iint_\Sigma 2x+\frac{4}{3}y+z\,dS$; où Σ est la partie du plan $6x+4y+3z=12$ dans le premier octant. Réponse : $4\sqrt{61}$

(2) Calculer les intégrales suivantes :

- $\iint_\Sigma (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N})\,dS$; où $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$ et Σ est la surface paramétrée par $\sigma(u,v) = (u^2, v^2-u, u+v)$ pour $(u,v) \in [0,3]\times[0,4]$ Réponse : 340
- $\iint_\Sigma (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N})\,dS$; où $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ z \end{pmatrix}$ et Σ est la demi-sphère $x^2+y^2+z^2=9$ avec $z \geq 0$, orientée par rapport au vecteur normale sortant. Réponse : 90π
- $\iint_\Sigma (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N})\,dS$; où $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} x^2+y^2 \\ z \\ 4y \end{pmatrix}$ et Σ est le demi-cylindre paramétrée par $\sigma(\theta,z) = (\cos(\theta), \sin(\theta), z)$ pour $(\theta,z) \in [0,\pi]\times[0,2]$. Déterminer l'orientation de Σ, est-il sortant? rentrant? Réponse : 4

(3) Soit $\mathbf{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \\ z^2 \end{pmatrix}$.

- Calculer le flux du $\mathbf{F}$ à travers du cône d'équation $z^2 = x^2+y^2$, paramétré par
$$\sigma(r,\theta) = (r\cos(\theta), r\sin(\theta), r), \quad r \in [0,3],\ \theta \in [0,2\pi].$$ Réponse : $\frac{81\pi}{2}$
- Calculer le flux du $\mathbf{F}$ à travers du disque $x^2+y^2=9$ dans le plan $z=3$ en utilisant l'orientation induit par le vecteur $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(4) Soit $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} y \\ x \\ z \end{pmatrix}$. Calculer le flux de $\mathbf{F}$ à travers

- la partie du paraboloïde $z = 1-x^2-y^2$ avec $z \geq 0$ orientée par le vecteur normale sortant. Réponse : $\frac{\pi}{2}$
- le ddisque $x^2+y^2 \leq 1$ dans $z=0$ orientée en utilisant le vecteur normale $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Réponse : 0