Université Galatasaray, Département de Mathématiques **Math 201 - Analyse à Plusieurs Variables I** **Quiz 2,** *06/11/2020*		
Name & Surname:	**ID:**	$\sum$

1. On considère $\mathbb{R}^2$ muni de la distance euclidienne.

i. Soient a, b, $c \in \mathbb{R}$ tel que $a^2 + b^2 \neq 0$. Décider si l'ensemble

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : ax + by < c\}$$

est ouvert ou fermé dans $\mathbb{R}^2$. (Indication: La distance du point $(x_1, y_1) \in \mathbb{R}^2$ à la droite $ax + by = c$ est donnée par $\frac{|ax_1+by_1-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.)

ii. Soient a_i, b_i, c_i des nombres réels pour tout $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$. Supposons que $a_i^2 + b_i^2 \neq 0$ pour tout $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$. Montrer que l'ensemble

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a_i x + b_i y < c_i,\ 1 \leq i \leq k\}$$

est ouvert dans $\mathbb{R}^2$.

Université Galatasaray, Département de Mathématiques **Math 201 - Analyse à Plusieurs Variables I** **Quiz 2,** *06/11/2020*		
Name & Surname:	**ID:**	$\sum$

2. On considère $\mathbb{R}$ muni de la distance euclidienne. Pour $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, on définit $A_k := \left[\frac{1}{k}, 1 - \frac{1}{k}\right] \subset \mathbb{R}$.

i. Montrer que A_k est fermé dans $\mathbb{R}$, pour tout entier naturel $k \geq 1$.

ii. Déterminer $\cup_{k=1}^{\infty} A_k$. L'ensemble $\cup_{k=1}^{\infty} A_k$ est-il fermé dans $\mathbb{R}$? Justifier votre réponse.