

**MATH 202**  
**ÉNONCÉS DES EXERCICES 1**

A. ZEYİN

(1) Étudier la convergence des séries  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  avec des termes généraux suivants au moyen du teste de terme générale.

▶  $a_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

▶  $a_n = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

▶  $a_n = \frac{n}{\ln(n)^3}$

▶  $a_n = \frac{1}{n^5 + 5n^3}$

▶  $a_n = \frac{2^n + 3n^2 + 2n^3}{3^n + 3n^2 + 12n}$

▶  $a_n = \frac{\sqrt{n} + 3\ln(n)\sin(n) + 5\cos^2(n)}{n^2 - 3}$  où  $n \geq 3$

▶  $a_n = \frac{n\ln(n) + \sin\left(\frac{3\pi}{2n}\right)}{(n^2 + 1)\ln(n)^{\frac{1}{2}}}$

▶  $a_n = \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{n+1}$

▶  $a_n = n^{-\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}$

▶  $a_n = \sqrt[n]{n+1} - \sqrt[n]{n}$

▶  $a_n = \frac{\cos^n\left(\frac{\pi}{n}\right)}{3n^2}$

▶  $a_n = \frac{4^{n+1}((n+1)!)^2}{(2n-1)!}$

▶  $a_n = \frac{n^4}{3^n}$

▶  $a_n = n! \prod_{k=1}^n \sin\left(\frac{c}{k}\right)$  où  $c \in \mathbb{R}^+ \setminus \pi\mathbb{N}$

▶  $a_n = \frac{\ln(n)}{3^n \sqrt{n}}$

▶  $a_n = \frac{1}{n \cdot \ln(n)}$

▶  $a_n = \frac{1}{(n+2)^2}$

▶  $a_n = \frac{2n}{3n^2 + 4}$

(2) Montrer que si une série alternée converge absolument, alors elle converge.

(3) Déterminez si les séries convergent absolument, convergent conditionnellement ou divergent.

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+5}$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{\sqrt{n}}$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n)}{2^n}$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n+4}{2n^2+3n+5}$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-3}}{\sqrt{n}}$

(4) Pour chacune des séries entières trouvez le rayon de convergence et la domaine de définition de la fonction associée.

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n(n+1)} x^{2n}$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 x^n$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n! 10^n} (x-2)^n$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{n}$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n + \arctan(n)} x^{2n}$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n!)}{(n!)^2} x^n$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)}{(n+1)^n} x^n$