MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 10

A. ZEYTİN

(1) Calculer les intégrales suivantes dans la region bornée :

- $\iint_R xy + 2x + 3y\,dA$ où R est la region bornée par $x = 1 - y^2$, $x = 0$, $y = 0$
- $\iint_R x\cos(y)\,dA$ où R est la region bornée par $x = 1$, $y = 0$, $y = x^2$
- $\iint_R (x + y)\,dA$ où R est la region bornée par $y = \sqrt{x}$ et $y = x^2$
- $\iint_R xe^y\,dA$ où R est la region bornée par $x = 1$, $y = 0$, $y = x^2$
- $\iint_R xy^2\,dA$ où R est la region bornée par $x = 0$ et $x = \sqrt{1 - y^2}$
- $\iint_R xy\,dA$ où R est la region bornée par $y = 5 - x^2$ et $y = x^2 - 3$
- $\iint_R 2yx^2 + 9y^3\,dA$ où R est la region bornée par $y = \frac{2}{3}x$ et $y = 2\sqrt{x}$
- $\iint_R x(y - 1)\,dA$ où R est la region bornée par $y = 1 - x^2$ et $y = x^2 - 3$
- $\iint_R 2xy\,dA$ où R est le triangle de sommet $(0, 0)$, $(1, 2)$ et $(0, 3)$
- $\iint_R y^3\,dA$ où R est le triangle de sommet $(0, 2)$, $(1, 1)$ et $(3, 2)$
- $\iint_R (x + y)\,dA$ où R est le triangle de sommet $(0, 0)$, $(0, 1)$ et $(2, 0)$
- $\iint_R 2 + \cos(x^2)\,dA$ où R est le triangle de sommet $(0, 0)$, $(6, 0)$ et $(6, 2)$
- $\iint_R e^{y^2+1}\,dA$ où R est le triangle de sommet $(0, 0)$, $(-2, 4)$ et $(8, 4)$

(2) En utilisant l'intégrale double calculer l'aire des regions suivantes :

- La region R est bornée par la parabole $x = y - y^2$ et la droite $y = -x$
- La region R est bornée par les paraboles $x = y^2$ et $x = 2y - y^2$
- La region R est bornée par les droites $y = x - 2$ et la droite $y = -x$ et la courbe $y = \sqrt{x}$
- $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 3 \text{ et } -x \leq y \leq x(2 - x)\}$

- $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le \frac{\pi}{4} \text{ et } \sin(x) \le y \le \cos(x)\}$
- $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le 2 \text{ et } -\frac{x}{2} \le y \le 1-x\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le 0 \text{ et } -2x \le y \le 1-x\}$

(3) En changeant des variables calculer les intégrales suivantes:

- $\iint\limits_R e^{x^2+y^2}\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \ge 0, y \le 0 \text{ et } x^2+y^2 \le 9\}$
- $\iint\limits_R \sqrt{9x^2+9y^2+1}\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \le 0 \text{ et } x^2+y^2 \le 9\}$
- $\iint\limits_R (x-y)\, dA_{x,y}$ où R est une region bornée par les équations $x-y+1=0,\ x-y-1=0,\ x-3y+5=0,$ et $x-3y+5=0$
- $\iint\limits_R x^2+y^2\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \le 16\}$
- $\iint\limits_R (x-y)e^{x^2-y^2}\, dA_{x,y}\ \partial y \partial x$ où R est une region bornée par les équation $x+y=1,\ x+y=3,\ x^2-y^2=1,$ et $x^2-y^2=-1$
- $\iint\limits_R ye^x\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \ge 0, y \ge 0 \text{ et } x^2+y^2 \le 25\}$
- $\iint\limits_R (2x-3y) dA_{x,y}\ \partial y \partial x$ où R est une region bornée par les équation $x = \frac{3}{2}y-4,\ x = \frac{3}{2}y+2,\ x+2y=1,$ et $x+2y=3$
- $\iint\limits_R \sqrt{x^2+y^2}\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2-2x \le 0\}$

(4) Calculer les intégrale suivantes dans la region non-bornée :

- $\iint\limits_R e^{-x^2}\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \ge 0 \text{ et } -x \le y \le x\}$
- $\iint\limits_R \frac{1}{xy}\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \ge 0, y \ge 0, y = x \text{ et } y = x^2\}$
- $\iint\limits_R \frac{1}{x^3} e^{-\frac{y}{x}}\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \ge 1 \text{ et } 0 \le y \le x\}$
- $\iint\limits_R e^{-x-2y}\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \ge 0, y \ge 0 \text{ et } x \le y\}$
- $\iint\limits_R xye^{-x^2-y^2}\, dA_{x,y}$ où $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \ge 0, y \ge 0\}$

(5) En utilisant la somme de Riemann pour $m = n = k = 2$ trover la valeur approchée des intégrales suivantes :

- $\iiint\limits_R \sqrt{x+y+z}\, dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2 \le x,y,z \le 3\}$
- $\iiint\limits_R \sin(2xyz)\, dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x,y,z \le 1\}$

- $\iiint\limits_R xe^{-x-y-z}\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x \le 1, 1 \le y \le 2,\ \text{et } 2 \le z \le 3\}$

(6) En utilisant la somme de Riemann pour $m = n = k = 2$ donner un interval de la valeur des intégrales suivantes :

- $\iiint\limits_R \cos(xyz)\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x, y, z \le 1\}$
- $\iiint\limits_R \ln(x+y+z)\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \le x, y, z \le 2\}$
- $\iiint\limits_R x\cos(3y-2z)\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le z \le \frac{\pi}{2}\}$

(7) Calculer les intégrales suivantes :

- $\iiint\limits_R xyz\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x \le 1, -2 \le y \le 0 \text{ et } 1 \le z \le 4\}$
- $\iiint\limits_R yz^2e^{-xyz}\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x, y, z \le 1\}$
- $\iiint\limits_R (xy^2 + z^3)\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 4 \text{ et } 0 \le z \le 3\}$
- $\iiint\limits_R (xz - y^3)\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \le x \le 1, 0 \le y \le 2 \text{ et } 0 \le z \le 1\}$
- $\iiint\limits_R (2 + z^2 - xy)\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x \le 2, 1 \le y \le 2 \text{ et } -1 \le z \le 1\}$
- $\iiint\limits_R (z\sin(x) + y^2)\ dV$ où $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x \le \pi, 0 \le y \le 1 \text{ et } -1 \le z \le 2\}$