

MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 2

A. ZEYTIN

(1) Calculer le développement en séries entières en centre donné, c , des fonctions suivantes :

▶ $f(x) = \frac{3}{2+4x^3}$ en $c = 0$

▶ $f(x) = \frac{3+x}{4+x}$ en $c = 2$

▶ $f(x) = \frac{x^5}{4-x^3}$ en $c = 0$

▶ $f(x) = \frac{1}{7-x}$ en $c = 4$

▶ $f(x) = \frac{5x^3}{7-2\sqrt{x}}$ en $c = 0$

▶ $f(x) = \frac{15}{3x-4}$ en $c = 3$

▶ $f(x) = \frac{4}{x^2-2x-3}$ en $c = 0$

▶ $f(x) = \frac{x^2}{5-4x+x^2}$ en $c = 2$

(2) Calculer la somme des séries :

▶ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(x-5)^{3n+2}}$

▶ $\sum_{n=0}^{\infty} n(x-1)^n$

▶ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n+2}}{a^{3n+3}}$

▶ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x)^n}{-n}$

▶ $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{n-1} n x^{n+1}$

(3) Calculer le développement en séries entières pour la dérivée des fonctions suivantes :

▶ $f(x) = \frac{5x^3}{2x-3x^2}$ en $c = 0$

▶ $f(x) = \frac{x^2}{10-6x+x^2}$ en $c = 3$

▶ $f(x) = \frac{1}{1+3x}$ en $c = 1$

▶ $f(x) = \ln(1+x)$ en $c = 5$

▶ $f(x) = \frac{5}{x^4+3x^2-4}$ en $c = 0$

(4) Calculer le développement en séries entières en zéro pour l'intégrale des fonctions suivantes :

▶ $f(x) = \frac{1}{1+x^3}$

▶ $f(x) = \frac{\arctan(x)}{x}$

▶ $f(x) = \frac{x^3}{8+x^3}$

▶ $f(x) = \frac{1}{x^2+5x+6}$

▶ $f(x) = \frac{1+x}{(1-x)^3}$