

MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 3

A. ZEYTIN

(1) Trouver la série de Taylor au voisinage c pour les fonctions suivantes :

- ▶ $f(x) = e^{-x}$ en $c = 2$
- ▶ $f(x) = \cos(2x)$ en $c = 0$
- ▶ $f(x) = e^{-\frac{x^3}{3}}$ en $c = 0$
- ▶ $f(x) = x^3$ en $c = 1$
- ▶ $f(x) = \cos(x^2)$ en $c = 0$
- ▶ $f(x) = \sin^2(x)$ en $c = 0$
- ▶ $f(x) = (x + 2)e^{2x}$ en $c = 0$
- ▶ $f(x) = 3x^4 + 5x^3 - x^2 + 7$ en $c = 1$
- ▶ $f(x) = e^{2x+4}$ en $c = 2$
- ▶ $f(x) = \int \cos(\sqrt{x})$ en $c = 0$
- ▶ $f(x) = xe^{x^2}$ en $c = 0$
- ▶ $f(x) = x^3 + 4x^2 + 2x - 1$ en $c = 3$
- ▶ $\int_0^x \sin(t^3) \partial t$ en $c = 0$
- ▶ $f(x) = x^5 e^{3x^2}$ en $c = 0$

(2) Calculer les limites suivantes à l'aide de la série de Taylor au voisinage de 0:

- ▶ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x \sin(x)}$
- ▶ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(x^2) - 2x^2}{x^6}$
- ▶ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2) - 1}{x^4}$
- ▶ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{2xe^{x^2}}$

(3) Trouver la valeur exacte de la série

$$1 - \frac{(\frac{\pi}{3})^2}{2!} + \frac{(\frac{\pi}{3})^4}{4!} - \frac{(\frac{\pi}{3})^6}{6!} + \dots$$

(4) Calculer les 5 premiers termes de la série de Taylor en déterminant le terme générale de la série pour les fonctions suivantes:

- ▶ $\cos(x)$ en $c = \pi$
- ▶ $\sin(x)$ en $c = \frac{\pi}{2}$
- ▶ $\sin(x)$ en $c = \frac{\pi}{4}$
- ▶ $\cos(x)$ en $c = \frac{\pi}{2}$
- ▶ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ en $c = 4$
- ▶ $x^{\frac{5}{2}}$ en $c = 1$