

MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 6

A. ZEYTIN

(1) Pour les formes quadratiques suivantes, trouver la matrice associée et déterminer leur classe (définie positive, définie négative, ou indéfinie) :

- ▶ $Q(x, y) = 8xy - x^2 - 30y^2$
- ▶ $Q(x, y, z) = 3x^2 - 2xy + 4xz + 5y^2 + 4z^2 - 2yz$
- ▶ $Q(x, y) = 5x^2 + 3y^2 + 2z^2 - xy + 8yz$
- ▶ $Q(x, y) = x^2 - 3y^2 + 7xy$
- ▶ $Q(x, y, z) = 9x^2 + 7y^2 + 3z^2 - 2xy + 4xz - 6yz$

(2) Déterminer et classer (max., min., selle) les extrema locaux des fonctions suivantes :

- ▶ $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4x + 4y$
- ▶ $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$
- ▶ $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + \frac{y^2}{4} + xy + 13x - y + 2$
- ▶ $f(x, y) = x^3 + y^5 - 3x - 10y + 4$
- ▶ $f(x, y) = 4 + x^3 + y^3 - 3xy$
- ▶ $f(x, y) = \frac{xy^2}{2} + \frac{x^3}{3} - 4x + y^2$
- ▶ $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$
- ▶ $f(x, y) = \frac{x^2y}{2} - x^2 + \frac{y^3}{3} - 4y$
- ▶ $f(x, y) = (y^2 - x^2)e^{-x^2 - y^2}$
- ▶ $f(x, y) = x^2ye^{-(x^2 + y^2)}$
- ▶ $f(x, y) = xye^{-(x^2 + y^2)/2}$
- ▶ $f(x, y) = xe^{-x^3 + y^3}$
- ▶ $f(x, y) = x\sin(y)$
- ▶ $f(x, y) = \cos(x + y)$
- ▶ $f(x, y) = \cos(x) + \cos(y)$