

MATH 201
ÉNONCÉS DES EXERCICES 10

A. ZEYTIN

(1) Vérifier l'égalité de $f_{x,y} = f_{y,x}$ pour les fonctions suivantes :

- ▶ $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2) + \arctan(xy)$
- ▶ $f(x, y) = e^{xy} + x^2 + xy^3$
- ▶ $f(x, y) = e^{xy}(\sin(x) \cos(y))$
- ▶ $f(x, y) = \arcsin(x) + \arccos(y)$

(2) Donner la linéarisation de f en P où

- ▶ $f(x, y) = x\sqrt{y}$ et $P = (1, 2)$
- ▶ $f(x, y) = e^{xy^2}$ et $P = (0, 1)$
- ▶ $f(x, y) = x^2 + x \sin(y)$ et $P = (-1, \pi/2)$
- ▶ $f(x, y) = x + y^2z + z^3$ et $P = (-1, 1, 0)$
- ▶ $f(x, y) = \sqrt{xy} + \ln(x^2 + y^2)$ et $P = (1, 1)$

(3) En utilisant une linéarisation d'une fonction f de deux variables, trouver une approximation de :

- ▶ $\sqrt{15} \ln(3)$
- ▶ $\sin(47 \frac{\pi}{180}) \cos(44 \frac{\pi}{180})$
- ▶ $\arctan(\frac{2}{10})e^{1/10}$
- ▶ $\sqrt{15} + \ln(3)$
- ▶ $\sin(47 \frac{\pi}{180}) - \cos(44 \frac{\pi}{180})$
- ▶ $\arctan(\frac{2}{10})/e^{1/10}$

(4) Pour les fonctions suivantes expliquer l'inégalité $f_{x,y} \neq f_{y,x}$:

- ▶ $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{\sin(\sqrt{x^2+y^2})} & , \text{ si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- ▶ $f(x, y) = \begin{cases} xy \ln(x^2 + y^2) & , \text{ si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- ▶ $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y+xy^2}{x^2+y^2} & , \text{ si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- ▶ $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \sin(y^2) + \sin(x^2)y}{x^2+y^2} & , \text{ si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$