

MATH 201
ÉNONCÉS DES EXERCICES 6

A. ZEYTIN

(1) Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes:

▶ $f(x, y, z) = \frac{1}{xyz^2}$

▶ $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{xyz^2}}$

▶ $f(x, y, z) = \ln(9 - x^2 - y^2 - z^2)$

▶ $f(x, y, z) = \frac{1}{\sin(x^2 + y^2)}$

▶ $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - 4y^2}$

▶ $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2 - 4}$

(2) Donner une description géométrique des courbe de niveau des fonctions suivantes :

▶ $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$

▶ $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z$

▶ $f(x, y, z) = 1 + y^2$

▶ $f(x, y) = 1 + y^2$

▶ $f(x, y) = x^2 - y^2$

▶ $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$

(3) Tracer le graphe des fonctions suivantes :

▶ $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

▶ $f(x, y) = \sqrt{9x^2 + 4y^2}$

▶ $f(x, y) = 4x^2 + 9y^2$

▶ $f(x, y) = 1 - (x^2 + y^2)$

▶ $f(x, y) = 1 - (4x^2 + y^2)$

▶ $f(x, y) = \sqrt{1 - (x^2 + y^2)}$

▶ $f(x, y) = \sqrt{1 - (4x^2 + y^2)}$

(4) Soit $f, g: U \rightarrow \mathbf{R}$ deux fonctions de n variables, où $U \subseteq \mathbf{R}^n$, $A = (a_1, \dots, a_n) \in \mathbf{R}^n$ tel que pour tout $\delta > 0$ l'intersection $B(A, \delta) \cap U \neq \emptyset$. Supposons que :

$$\lim_{X \rightarrow A} f(X) = L \text{ et } \lim_{X \rightarrow A} g(X) = M;$$

où $X = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$. En utilisant la définition, montrer que :

▶ $\lim_{X \rightarrow A} f(X) + g(X) = L + M$

▶ $\lim_{X \rightarrow A} f(X) - g(X) = L - M$

▶ $\lim_{X \rightarrow A} f(X)g(X) = LM$

▶ $\lim_{X \rightarrow A} \frac{f(X)}{g(X)} = \frac{L}{M}$, si $M \neq 0$