MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 1

A. ZEYTİN

(1) Déterminer les limites des suites suivantes :
- $a_n = \dfrac{n}{\sqrt{1+n^2} - \sqrt{1+n}}$
- $a_n = \dfrac{\ln(1+e^{2n})}{n}$
- $a_n = \dfrac{\sin(n)}{e^n + 1}$
- $a_n = \dfrac{1-\cos(\frac{1}{n^2})}{\sin(1/n)}$
- $a_n = \dfrac{3^n}{n^3}$
- $a_n = (-1)^n \dfrac{n}{2n+1}$

(2) Déterminer la suite des sommes partielles de :
- $a_n = (-1)^n$, $n \in \mathbf{Z}_+$
- $a_n = n(n+1)$, $n \in \mathbf{Z}_+$
- $a_n = \dfrac{2^n - 1}{2^n}$, $n \in \mathbf{Z}_+$
- $a_n = \ln\left(\dfrac{n}{n+1}\right)$ $n \in \mathbf{Z}_+$
- $a_n = \dfrac{3}{(3n-1)(3n+2)}$, $n \in \mathbf{Z}_+$

(3) Soient $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ et $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ deux séries qui convergent vers L et M, respectivement. Montrer que pour $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$, la série $\sum_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n)$ converge vers $\lambda L + \mu M$.

(4) Décider si les séries suivantes converge ou diverge :
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n+1}{n^2+3}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n\ln(n+1)}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \sin(1/n)$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n+1}}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)2(k+1)}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2n+2} - \sqrt{2n}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{n^2}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{202}{3^n+4^n}$
- $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(n)}$
- $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln(n))^2}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\ln(n)}{n^3+202}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sin^2(n)}{n^4+202}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n!(n+1)!}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n!(n+1)!}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2((n+1)!)^2}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^n}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n}{4n}\right)^n$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 1-\cos(\frac{1}{n})$
- $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3n+1}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}+\sqrt{n+2}}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}+\sqrt[3]{n+1}+\sqrt[3]{n+2}}$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+1}\tan\left(\frac{1}{n}\right)$
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(n)}{n\sqrt{n}}$