

MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 10

A. ZEYTIN

(1) Calculer les intégrales suivantes

▶ $\int_0^2 \int_0^1 \int_0^3 (x + 2y + 3z) dz dx dy$

▶ $\int_{-2}^2 \int_{-2}^2 \int_{-2}^2 xy^2 z^3 dx dz dy$

▶ $\int_0^2 \int_1^{y^2} \int_0^{xy} e^{xyz} dz dx dy$

▶ $\int_0^1 \int_0^{\pi z/2} \int_{y+z}^{y-z} (x \sin(z) + y^2) dx dy dz$

▶ $\iiint_D x^2 + y + xyz dV_{x,y,z}$; où D est la région dans le premier octant bornée par le plan $2x + 3y + 4z = 12$

▶ $\iiint_D e^{x+y+z} dV_{x,y,z}$; où D est la région bornée par les plans $z = 2$, $x + y + z = 1$, $x + y = 1$ située dans le premier octant.

▶ $\iiint_D e^{xyz} dV_{x,y,z}$; où D

(2) Soit U, la région de \mathbf{R}^3 à l'intérieur du tétraèdre dont les sommets sont $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (1, 1, 0)$ et $D = (1, 1, 1)$. Calculer $\iiint_U (x^2 + y + yz) dV_{x,y,z}$.

(3) Écrire un intégral triple pour calculer le volume de la région finie :

▶ dans $x^2 + y^2 = 4$, bornée par $z = 0$ et $y + z = 2$

▶ bornée par $z = 8 - (x^2 + y^2)$ et $z = -\sqrt{4x^2 + 4y^2}$

▶ dans $x^2 + y^2 = 1$, délimitée par $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

▶ délimitée par les surfaces $z = x^2 + y^2$ et $z = 36 - 3x^2 - 3y^2$.

▶ située entre les plans $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ et $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ en supposant que $a, b, c \in \mathbf{R}_+$.

▶ délimitée par le surface d'équation $z = x^2 + y^2$ et le plan $z = 4$.

▶ délimitée par les plans $z = 2$, $z = 3x$, $x = 0$, $y = 0$ et le surface $x^2 + y^2 = z^2$.

(4) Soit $U = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq y, y \leq z \leq 2y\}$ Écrire $\iiint_U xz \cos(y^3) dV_{x,y,z}$ dans les 6 ordres possibles.

(5) Soit U la région finie de \mathbf{R}^3 délimitée par la surface $y = x^2 + z^2$ et le plan $y = 9$. Écrire $\iiint_U \sqrt{x^2 + y^2} dV_{x,y,z}$ dans les 6 ordres possibles.

(6) Soit U la région finie de \mathbf{R}^3 délimitée par la surface $y = x^2 + z^2$ et le plan $y = 9$. Écrire $\iiint_U \sqrt{x^2 + y^2} dV_{x,y,z}$ dans les 6 ordres possibles.

(7) Soit U la région finie de \mathbf{R}^3 délimitée par la surface $z = 1 - y^2$ et les plans $x + z = 1$, $z = 0$, $x = 0$. Écrire $\iiint_U 3dV_{x,y,z}$ dans les 6 ordres possibles.