MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 11

A. ZEYTİN

(1) Evaluer les intégrales suivantes :

- ► $\iiint_U (x+y)dV_{x,y,z}$; où U est le parallélipipède de $\mathbf{R}^3$ dont les sommets sont $(-1,-1,0)$, $(0,0,0)$, $(0,2,0)$, $(-1,1,0)$, $(-1,0,2)$, $(0,1,2)$, $(0,3,2)$ et $(-1,2,2)$.
- ► $\iiint_U 1dV_{x,y,z}$; où U est la pyramide de $\mathbf{R}^3$ dont les sommets sont $(2,2,1)$, $(2,0,1)$, $(0,2,1)$, $(0,0,1)$ et $(1,1,2)$.
- ► $\iiint_U yzdV_{x,y,z}$; où $U = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z \leq 1, x^2+y^2 \leq z^2\}$,
- ► $\iiint_U (x^2+y^2+z^2)dV_{x,y,z}$; où U est la région de $\mathbf{R}^3$ telle que $0 \leq z$, $x^2+y^2+z^2 \leq 4$ et $z^2 \geq x^2+y^2$,
- ► $\iiint_U zdV_{x,y,z}$; où U est le tétraèdre de $\mathbf{R}^3$ dont les sommets sont $(0,0,0)$, $(1,2,0)$, $(0,2,0)$ et $(0,2,3)$.

(2) Soient $a, b, c \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$. Déterminer le volume de la région délimitée par $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ dans $\mathbf{R}^3$ en termes de a, b, c. (Indication: Utiliser la transformation $T(x,y,z) = (\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c})$.)

(3) Déterminer le volume du solide délimité par :

- ► $z = x^2+y^2$ et $z^2 = 4(x^2+y^2)$.
- ► $x^2+y^2+z^2 = 4$ et $x^2+y^2 = 1$.
- ► $x^2+y^2+z^2 = 1$ et $z = \sqrt{x^2+y^2}$.
- ► $z = \sqrt{x^2+y^2}$ et $0 \leq z \leq 2$.
- ► $z = 4 - x^2 - y^2$ et $z = 0$.