

MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 3

A. ZEYTIN

(1) Déterminer le rayon de convergence et la domaine des séries entières suivantes :

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n \ln(n)}$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} n(x-1)^n$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} n!(x-2)^n$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+1)^n}{n!}$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n(n+1)} x^{2n+1}$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 (x/4)^n$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n 10^n} (x-2)^n$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!}$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n^2 + \arctan(2n+1)} x^{2n}$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2(n!))}{(n!)^2} x^n$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((2n)!)}{(n+3)^n} x^n$$

(2) Calculer le développement en séries entières en centre donné, $x = c$, des fonctions suivantes :

$$\blacktriangleright f(x) = \frac{1}{3-2x} \text{ en } c = 1$$

$$\blacktriangleright f(x) = \frac{2}{3+4x^3} \text{ en } c = 0$$

$$\blacktriangleright f(x) = \frac{2+x}{3+x} \text{ en } c = 2$$

$$\blacktriangleright f(x) = \frac{(x-1)^2}{4-x^3} \text{ en } c = 1$$

$$\blacktriangleright f(x) = \frac{(x-1)^2}{4-x^3} \text{ en } c = 1$$

$$\blacktriangleright f(x) = \frac{1}{7-x} \text{ en } c = 4$$

$$\blacktriangleright f(x) = \frac{1}{7-2x} \text{ en } c = -2$$

$$\blacktriangleright f(x) = \frac{15}{3x-4} \text{ en } c = 3$$

$$\blacktriangleright f(x) = \frac{4}{x^2-2x-3} \text{ en } c = 0$$

(3) Déterminer la somme de la séries entières suivantes :

$$\blacktriangleright \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x)^n}{-n}$$

$$\blacktriangleright \sum_{n=0}^{\infty} 3^{n-1} n x^{n+1}$$