MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 8

A. ZEYTİN

(1) Calculer les intégrales suivantes sur la région R :
- ► $\iint_R xy(x^2+y^2)dA_{x,y}$; où R est la région bornée par $y=x$ et $y=x^3$
- ► $\iint_R x+2ydA_{x,y}$; où R est la région bornée par $x=\sqrt{y}$ et $x=y^3$
- ► $\iint_R 1+2x-3xydA_{x,y}$; où R est la région bornée par $y=3$, $y+2x=3$ et $y-\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$
- ► $\iint_R x^3e^{y^3}dA_{x,y}$; où R est la région bornée par $x=\sqrt{y}$, $y=9$, et $x=0$
- ► $\iint_R \sqrt{x^4+1}dA_{x,y}$; où R est la région bornée par $y=x^3$, $x=2$ et $y=0$
- ► $\iint_R 5-2x-ydA_{x,y}$; où R est la région bornée par $x+2y=5$, $x=0$ et $y-3x=0$
- ► $\iint_R 1-x+ydA_{x,y}$; où R est la région bornée par $y=1-x^2$ et $y=0$
- ► $\iint_R x^2+y^2dA_{x,y}$; où R est la région bornée par $y=x^2$ et $y=4$
- ► $\iint_R x^3+2ydA_{x,y}$; où R est la région dans le première octant ($x\geq 0$ et $y\geq 0$) bornée par $xy=16$, $y=x$ et $x=8$

(2) Changer l'ordre d'integration :
- ► $\int_0^4\int_0^{\sqrt{4-y}} f(x,y)dxdy$
- ► $\int_1^2\int_0^{\ln(x)} f(x,y)dydx$
- ► $\int_0^1\int_{\arcsin(y)}^{\pi/2} f(x,y)dxdy$
- ► $\int_0^1\int_{2x}^{2} f(x,y)dydx$
- ► $\int_0^2\int_0^{\sqrt{4-y^2}} f(x,y)dxdy$
- ► $\int_0^1\int_y^1 f(x,y)dxdy$
- ► $\int_0^{\sqrt{2}/}\int_{-\sqrt{1-2x^2}}^{\sqrt{1-2x^2}} f(x,y)dxdy$
- ► $\int_0^{\sqrt{\pi/2}}\int_0^{x^2} f(x,y)dxdy$

(3) Déterminer le volume de la région borne par
- ► les plans $x+y+z=9$, $2x+3y=18$ et $x+3y=9$ dans le premier octant.
- ► $x^2+y^2=4$ et $z=x+y$ dans le premier octant.
- ► $z=x^2+y^2$ et $z=x$.
- ► $y=x^2$, $y=4$, $z=x^2$ et $z=0$.

(4) Calculer les intégrales suivantes :

- $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{x^3} \mathrm{d}x\mathrm{d}y$
- $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{y}}^2 \sin(x^4)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$
- $\int_0^3 \int_{x^2}^9 x^3 e^{y^3} \mathrm{d}y\mathrm{d}x$

(5) Utiliser la méthode de changement de variables et évaluer :

- $\int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} e^{x^2+y^2} \mathrm{d}y\mathrm{d}x$
- $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}y\mathrm{d}x$
- $\iint_D \ln(x^2+y^2)\mathrm{d}A_{x,y}$; où $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, 4 \leq x^2+y^2 \leq 9, \text{ et } x \geq 0\}$
- $\iint_D (x-y)e^{x^2-y^2}\mathrm{d}A_{x,y}$; où D est la région bornée par $x+y=1$, $x+y=3$. $x^2-y^2=-1$, $x^2-y^2=1$
- $\iint_D (x-y)^2\mathrm{d}A_{x,y}$; où D est le parallélogramme avec les sommets $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,0)$ et $(1,-1)$.
- $\iint_D (x-y)\mathrm{d}A_{x,y}$; où D est le parallélogramme avec les sommets $(1,2)$, $(4,3)$, $(3,4)$ et $(6,5)$.