MATH 202
ÉNONCÉS DES EXERCICES 9

A. ZEYTİN

(1) En prenant une équipartition de l'intervalle $[a,b]$ en n parties, $[c,d]$ en m parties et $[e,f]$ en k parties calculer $L(f,\mathcal{P})$ et $U(f,\mathcal{P})$ de l'integrale triple $\iiint_D f(x,y,z)dV_{x,y,z}$; où :
- $f(x,y,z) = x+y+z$, $D = [0,1]\times[0,1]\times[-1,0]$, $(n,m,k) = (1,2,2)$
- $f(x,y,z) = x^2+y+1/z$, $D = [0,1]\times[1,2]\times[1,2]$, $(n,m,k) = (2,1,2)$
- $f(x,y,z) = x+e^{yz}$, $D = [0,1]\times[1,2]\times[1,2]$, $(n,m,k) = (2,2,2)$
- $f(x,y,z) = x^2+y^2+z^2$, $D = [0,1]\times[-1,1]\times[0,2]$, $(n,m,k) = (2,2,1)$

(2) Calculer les intégrales suivantes
- $\displaystyle\iiint_D x^2+y+xyz dV_{x,y,z}$; où $D = [1,2]\times[1.3]\times[2,4]$
- $\displaystyle\iiint_D e^{x+y+z} dV_{x,y,z}$; où $D = [0,1]\times[0,2]\times[0,3]$
- $\displaystyle\iiint_D e^{xyz} dV_{x,y,z}$; où $D = [0,3]\times[0,2]\times[0,1]$
- $\displaystyle\iiint_D \sin(x)+\cos(y)+\tan(z) dV_{x,y,z}$; où $D = [-\pi,\pi]\times[0,\pi/2]\times[-\pi/4,\pi/4]$
- $\displaystyle\iiint_D x^2y^3z dV_{x,y,z}$; où $D = [-1,1]\times[1,2]\times[0,1]$
- $\displaystyle\iiint_D \frac{\ln(x)}{x}+z\sin(y) dV_{x,y,z}$; où $D = [1,e]\times[0,\pi/4]\times[0,1]$

(3) Soit Q, Q'; deux parties de $\mathbf{R}^3$ de volume 0 et $P \subseteq \mathbf{R}^3$ une partie quelconque. Monter que
- $Q \cup Q'$ est de volume 0,
- $Q \cap P$ est de volume 0.

(4) Montrer que si $f\colon D \to \mathbf{R}$; où $D \subseteq \mathbf{R}^2$ une fonction continue, alors le volume de graphe de f est 0.